



Itinéraire de visite

## Géométrie

Niveau collège

Mathématiques : 5<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>  
et 2<sup>de</sup>

Disciplines concernées : géométrie  
du triangle, solides platoniciens

Temps de visite : 1 heure

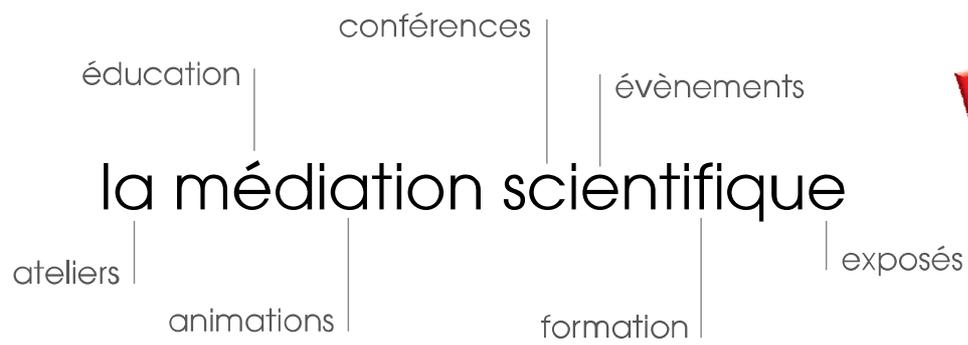
Cet itinéraire de visite dans l'exposition MATHÉMATIQUES est l'occasion d'approcher la géométrie dans ses applications récentes et dans son historicité.

Signes particuliers :

- parcours à entrées multiples ;
- un regard historique sur les mathématiques ;
- montrer la modernité de la géométrie à travers des activités récentes, telle la modélisation sur ordinateur, contribuant ainsi à éviter de donner aux élèves le sentiment d'une matière figée, d'intérêt strictement scolaire.

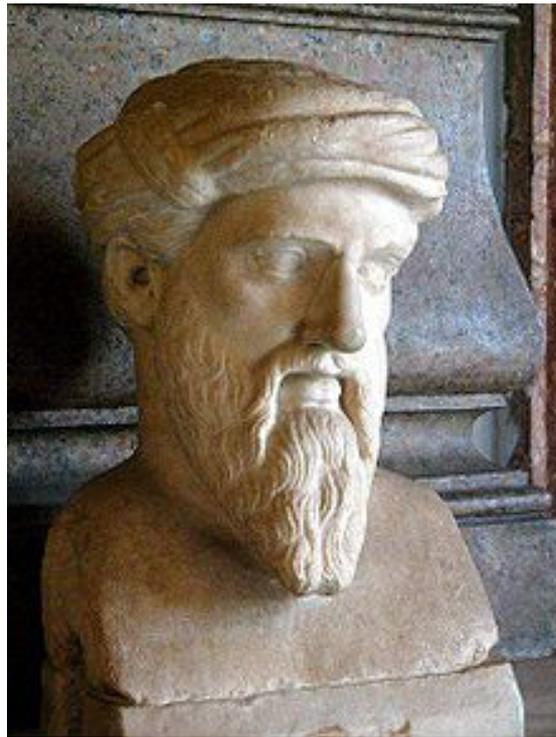
Sommaire :

- Le questionnaire (page 1)
- Les réponses (page 7)
- Le plan de l'exposition (page 12)



Itinéraire de visite

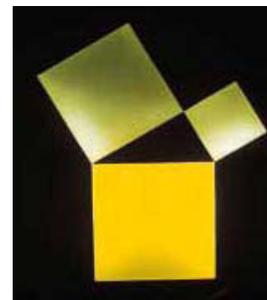
## Géométrie



Buste de Pythagore de Samos VI<sup>e</sup> siècle av. J.-C.  
Musées du Capitole, Rome

## Le questionnaire

Cet "itinéraire de visite" est l'occasion d'approcher la géométrie dans ses applications récentes et dans son historicité. Les questions portent sur une sélection d'éléments et de jeux présentés dans l'exposition Mathématiques. Rendez-vous à l'entrée principale de l'exposition.



Vérifiez le fameux théorème de Pythagore !

### I. Pythagore

- I • 1 À partir de la photographie ci-dessus, définissez la nature de la figure centrale (en noir) et des trois figures qui l'entourent.

---

---

- I • 2 Observez le déplacement du liquide lorsque la figure tourne. À quelle conclusion peut-on aboutir concernant les surfaces des carrés ?

---

---

- I • 3 On désigne par "c" le côté du grand carré et par "a" et "b", les côtés des deux autres carrés. Quelle relation peut-on en déduire ?

---

---

- I • 4 Ce résultat était connu 2000 ans av. J.-C. Par quelle civilisation ?

---

- I • 5 Pourtant, ce résultat est attribué à Pythagore 300 ans av. J.-C. Pourquoi ?

---

---

---



Cherchez l'intrus !

## II. Les polyèdres réguliers

II • 1 Cherchez l'intrus. Pourquoi est-il un intrus ?

---

---

---

II • 2 Qu'est-ce qu'un polyèdre ? Et un polyèdre régulier ?

---

---

II • 3 Quelle est la différence entre un polyèdre et un polygone ?

---

---

II • 4 Combien existe-t-il de polyèdres réguliers ?

3     4     5     7

II • 5 Complétez le tableau ci-dessous.

Nature du polyèdre	Nombre de faces (F)	Nature des faces	Nombre d'arêtes (A)	Nombre de sommets (S)	F + S - A
Tétraèdre		Triangles équilatéraux			
Cube	6			8	
Octaèdre			12		2
Dodécaèdre			30	20	
Icosaèdre	20				2

II • 6 Quelle hypothèse peut-on émettre au vu des résultats de la dernière colonne ?

---

## III. Triangulation de Delaunay

Trouvez la borne audiovisuelle interactive. Sélectionnez LA TRIANGULATION et LA TRIANGULATION DE DELAUNAY

III • 1 En quoi consiste la triangulation ?

---

---

III • 2 Combien y a-t-il de triangulations avec 4 points au départ ? Et avec 5 points ?

---

---

III • 3 Comment définir le cercle circonscrit à un triangle ?

---

---

III • 4 Quelles sont les propriétés du triangle équilatéral ?

---

---

III • 5 Quels sont les 3 principes de la triangulation de Delaunay ?

A. L'intérieur du cercle circonscrit de chaque triangle...

B. Le plus petit angle de la triangulation de Delaunay est plus...

petit que celui des autres triangulations

grand que celui des autres triangulations

C. La triangulation de Delaunay est celle pour laquelle tous les triangles ressemblent le plus à des...

triangles équilatéraux

pentagones

carrés

III • 6 Citez un exemple où l'on utilise la triangulation de Delaunay.

---

### Sélectionnez LA CONSTRUCTION D'UN PAYSAGE

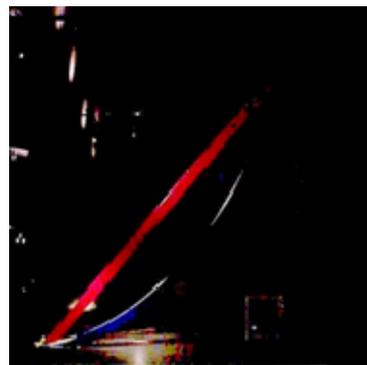
- III • 7 Pour construire un paysage, on réalise un maillage constitué de triangles obtenus selon le principe de la triangulation de Delaunay. Dans le tableau ci-dessous, numérotez l'ordre des étapes de la construction d'un paysage.

Étapes	Numéros
Un radar mesure l'altitude tous les 100 mètres	
Les points sont reliés pour former un maillage de triangles	
On obtient une grille de points	
L'image est composée de triangles	
On plaque des photos de paysages réels (mode texturé)	
Les triangles sont mis en couleur (représentation "en facette")	
Les triangles sont mis en perspective (représentation en fil de fer)	



Représentation "en facette"

## IV. Le chemin le plus rapide



Le chemin le plus rapide : un dispositif démonstratif sur un problème d'optimisation

- IV • 1** Avant de réaliser l'expérience, devinez quel est le chemin le plus rapide. Après avoir réalisé l'expérience, quel est le chemin le plus court, puis le plus rapide ?

---

---

- IV • 2** Quelle fut l'erreur de Galilée concernant le chemin le plus rapide ?

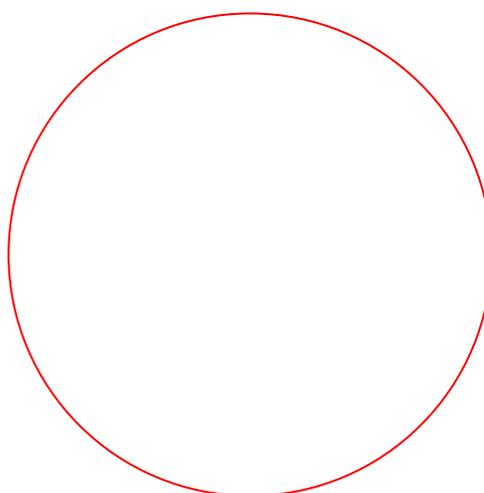
---

---

- IV • 3** Décrivez ou dessinez la méthode permettant de tracer une cycloïde, après avoir visionné le film.

---

---



## Les réponses

Euclide d'Alexandrie (vers 300 av. J.-C.)  
L'école d'Athènes selon Raphaël  
Fragment - Chambre de la signature  
Vatican



### I • Pythagore

- I • 1 À partir de la photographie ci-contre, définissez la nature de la figure centrale (en noir) et des trois figures qui l'entourent.  
La figure centrale est un triangle rectangle. Les 3 figures qui l'entourent sont des carrés.
- I • 2 Observez le déplacement du liquide lorsque la figure tourne. À quelle conclusion peut-on aboutir concernant les surfaces des carrés ?  
La surface du grand carré est égale à la somme des surfaces des deux autres carrés.
- I • 3 On désigne par "c" le côté du grand carré et par "a" et "b", les côtés des deux autres carrés. Quelle relation peut-on en déduire ?  
 $c^2 = a^2 + b^2$
- I • 4 Ce résultat était connu 2000 ans av. J.-C. Par quelle civilisation ?  
La civilisation babylonienne
- I • 5 Pourtant, ce résultat est attribué à Pythagore 300 ans av. J.-C. Pourquoi ?  
Parce qu'il est le premier à en avoir fait la démonstration. Euclide, célèbre mathématicien grec de l'antiquité (Cf. illustration ci-dessus) en rapporte la trace dans son œuvre monumentale de treize livres. Les éléments, synthèse des mathématiques connues à son époque, auxquelles il apporte compléments, démonstrations et rigueur en arithmétique, algèbre et géométrie. La civilisation grecque a été la première à imposer la nécessité de la démonstration aux énoncés mathématiques, étape fondamentale dans l'histoire du développement de cette science.

Platon et Aristote  
L'école d'Athènes selon Raphaël - Fragment.  
Chambre de la signature. Vatican.



Dans son dialogue Le Timée, Platon explique l'harmonie du Monde en utilisant les cinq polyèdres réguliers convexes.

## II • Les polyèdres réguliers

### II • 1 Cherchez l'intrus. Pourquoi est-il un intrus ?

L'intrus est le cuboctaèdre. Ses 14 faces ne sont pas identiques : 6 faces sont des carrés et 8 faces sont des triangles équilatéraux.

### II • 2 Qu'est-ce qu'un polyèdre ? Et un polyèdre régulier ?

Un polyèdre est une figure de l'espace limitée par des faces polygonales. Un polyèdre régulier a toutes ses faces identiques.

### II • 3 Quelle est la différence entre un polyèdre et un polygone ?

Un polygone est une figure plane. Un polyèdre est une figure de l'espace.

### II • 4 Combien existe-t-il de polyèdres réguliers ?

3     4     5     7

### II • 5 Complétez le tableau ci-dessous.

Nature du polyèdre	Nombre de faces (F)	Nature des faces	Nombre d'arêtes (A)	Nombre de sommets (S)	F + S - A
Tétraèdre	4	Triangles équilatéraux	6	4	2
Cube	6	Carrés	12	8	2
Octaèdre	8	Triangles équilatéraux	12	6	2
Dodécaèdre	12	Pentagones	30	20	2
Icosaèdre	20	Triangles équilatéraux	30	12	2

### II • 6 Quelle hypothèse peut-on émettre au vu des résultats de la dernière colonne ?

Pour tous les polyèdres de l'espace, le calcul  $(F + S - A)$  donne le même résultat : 2.

## III • Triangulation de Delaunay

Sélectionnez LA TRIANGULATION et LA TRIANGULATION DE DELAUNAY

III • 1 En quoi consiste la triangulation ?

Elle consiste à relier les points d'une figure pour former des triangles. Chacun des segments ne doit pas recouper les autres segments.

III • 2 Combien y a-t-il de triangulations avec 4 points au départ ? Et avec 5 points ?

Avec 4 points : 2 triangulations ; avec 5 points : 5 triangulations.

III • 3 Comment définir le cercle circonscrit à un triangle ?

C'est le cercle passant par les sommets du triangle. Le centre de ce cercle est le point de concours des médiatrices du triangle.

III • 4 Quelles sont les propriétés du triangle équilatéral ?

Ses 3 cotés sont égaux et ses 3 angles valent  $60^\circ$ . Les hauteurs, médianes, médiatrices et bissectrices sont confondues.

III • 5 Quels sont les 3 principes de la triangulation de Delaunay ?

A. L'intérieur du cercle circonscrit de chaque triangle... ne contient que les points du triangle.

B. Le plus petit angle de la triangulation de Delaunay est...

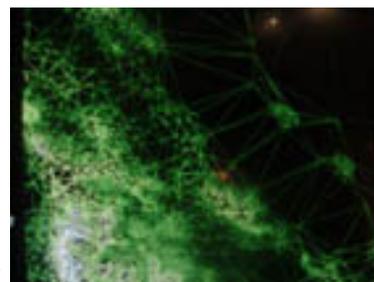
- plus petit que celui des autres triangulations.
- plus grand que celui des autres triangulations.

C. La triangulation de Delaunay est celle pour laquelle tous les triangles ressemblent le plus à des...

- triangles équilatéraux
- pentagones
- carrés

III • 6 Citez un exemple où l'on utilise la triangulation de Delaunay :

La reconstitution d'un paysage sur ordinateur

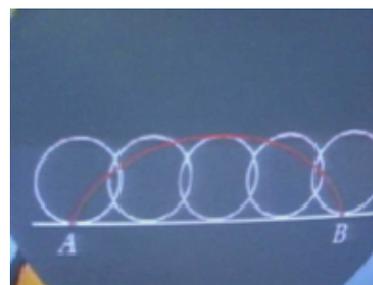


Représentation "en fil de fer"

### Sélectionnez LA CONSTRUCTION D'UN PAYSAGE

- III • 7 Pour construire un paysage, on réalise un maillage constitué de triangles obtenus selon le principe de la triangulation de Delaunay. Dans le tableau ci-dessous, numérotez l'ordre des étapes de la construction d'un paysage.

Étapes	Numéros
Un radar mesure l'altitude tous les 100 mètres	1
Les points sont reliés pour former un maillage de triangles	3
On obtient une grille de points	2
L'image est composée de triangles	4
On plaque des photos de paysages réels (mode texturé)	7
Les triangles sont mis en couleur (représentation "en facette")	6
Les triangles sont mis en perspective (représentation "en fil de fer")	5



Cycloïde

### IV • Le chemin le plus rapide

- IV • 1 Avant de réaliser l'expérience, devinez quel est le chemin le plus rapide. Après avoir réalisé l'expérience, quel est le chemin le plus court, puis le plus rapide ?

Le chemin le plus court est la ligne droite ; le plus rapide est la cycloïde.

- IV • 2 Quelle fut l'erreur de Galilée concernant le chemin le plus rapide ?

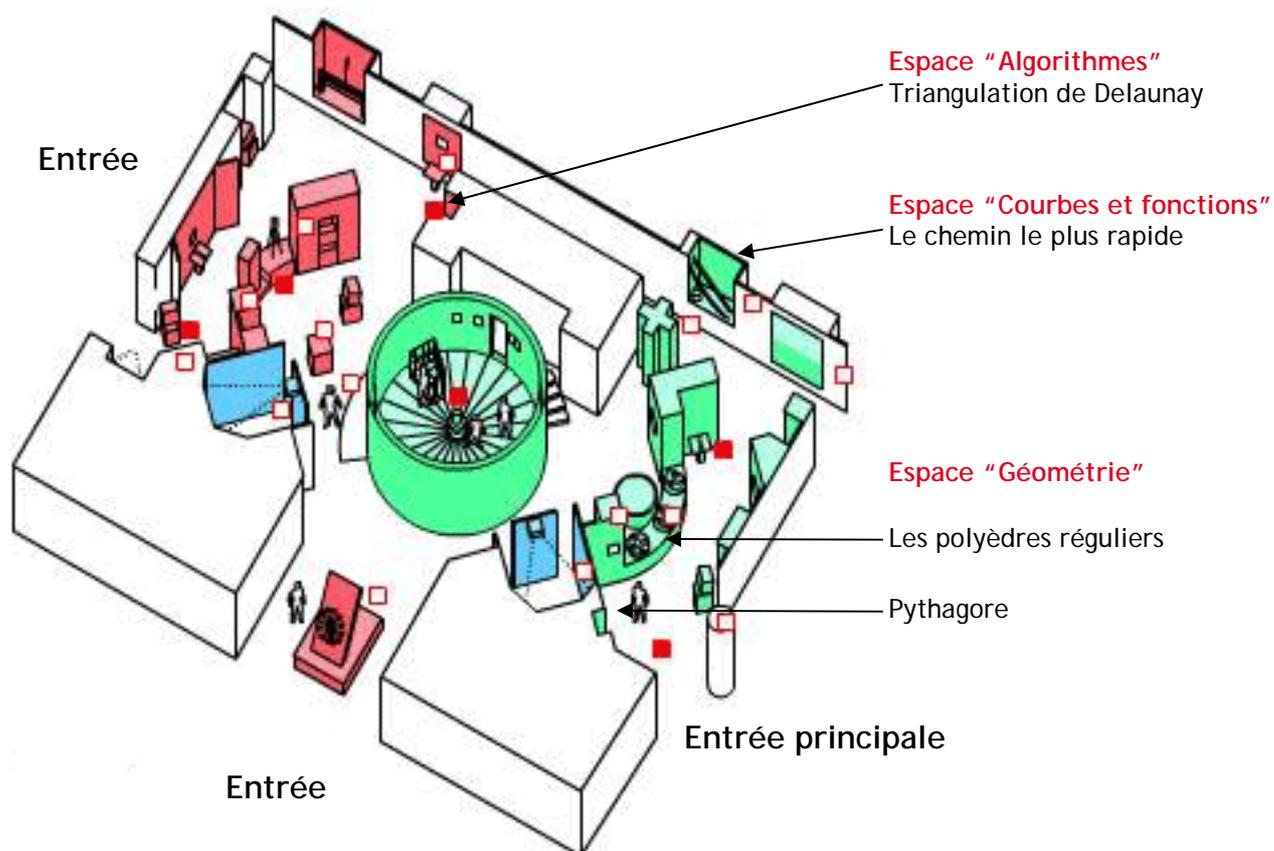
Il pensait que le chemin le plus rapide était un arc de cercle.

- IV • 3 Décrivez ou dessinez la méthode permettant de tracer une cycloïde, après avoir visionné le film.

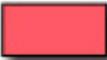
C'est la courbe décrivant un point d'une roue qui roule sans glisser sur une droite.

# LE PLAN DE L'EXPO

## Exposition Mathématiques (niveau 1)



### Légende

-  Géométries, nombres et mouvements
-  Complexité et prédiction
-  L'esprit des mathématiques